WALLENBERGS FYSIKPRIS

KVALIFICERINGSTÄVLING

23 januari 2025

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDET

LÖSNINGSFÖRSLAG KVALTÄVLINGEN 2025

1. a) Med index *J* för jorden och index *P* för exoplaneten får vi från sambandet att det samma densitet, $\frac{m_J}{V_J} = \frac{m_P}{V_P}$ så att $r_P = r_J \left(\frac{m_P}{m_J}\right)^{\frac{1}{3}} = 5^{1/3} \cdot r_J = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ \mathrm{m} = 11\ \mathrm{Mm}$.

   b) Tyngdaccelerationen ges av $g = G\frac{m}{r^2}$. Vi använder radien enligt a-uppgiften så att.

   $g = G\frac{5 \cdot m_J}{(5^{1/3} \cdot r_J)^2} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot g_J \approx 17\ \mathrm{m/s^2}$.

   c) Centralrörelse $\frac{GMm}{R^2} = \frac{m4\pi^2 R}{T^2}$ ger för exoplaneten med massan $1{,}037 \cdot M$

   $R_P^3 = \frac{G \cdot 1{,}037 \cdot M T_P^2}{4\pi^2}$ (1)

   och jorden $R_J^3 = \frac{GMT_J^2}{4\pi^2}$. (2)

   (1)/(2) ger $R_P^3 = 1{,}037 \cdot R_J^3 \frac{385^2}{365^2}$

   Med $r_J = 1\ \mathrm{AU}$ får vi $r_P = 1{,}05\ \mathrm{AU} = 157\ \mathrm{Gm}$.

   (Uppgiften går lika bra att lösa med Keplers lagar.)

   Svar: a) Planetens radie är 11 Mm; b) tyngdaccelerationen 17 m/s^2 och c) banradien 157 Gm.

2. Smältning på grund av friktion (50% till smältningen):

   $l_s \Delta m = 0{,}5 \cdot F_{\mathrm{fr}} \cdot s = 0{,}5 \cdot \mu m g s$, vilket ger massan smältvatten Δm.

   Smältvattnets volym $\frac{\Delta m}{\rho}$ fördelas på sbh där *s* är sträckan, *b* skenans bredd och *h* höjden.

   Höjden av vatten under skenan blir alltså:

   $h = \frac{0{,}5 \mu m g}{l_s b \rho} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}01 \cdot 80 \cdot 9{,}82}{334 \cdot 10^3 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 998} \approx 8{,}4\ \mathrm{\mu m}$.

   Svar: Tjockleken av smältvatten under skridskon är 8 µm.

3. Lägesenergin omvandlas till rörelseenergi

   Vi har avstånden till upphängningspunkten $L_1 = 0{,}3\ \mathrm{m}$ och $L_2 = 0{,}7\ \mathrm{m}$.

   $E_P = mg(L_2 - L_1)(1 - \cos\alpha) = 0{,}52625\ldots\ \mathrm{J}$

   Vi sätter hastigheten på nedre kulan till $v_2 = v$. Då är hastigheten på övre kulan $v_1 = \frac{3}{7}v$.

   $E_K = \frac{m}{2}(v_2^2 + v_1^2) = \frac{29}{49}v^2$

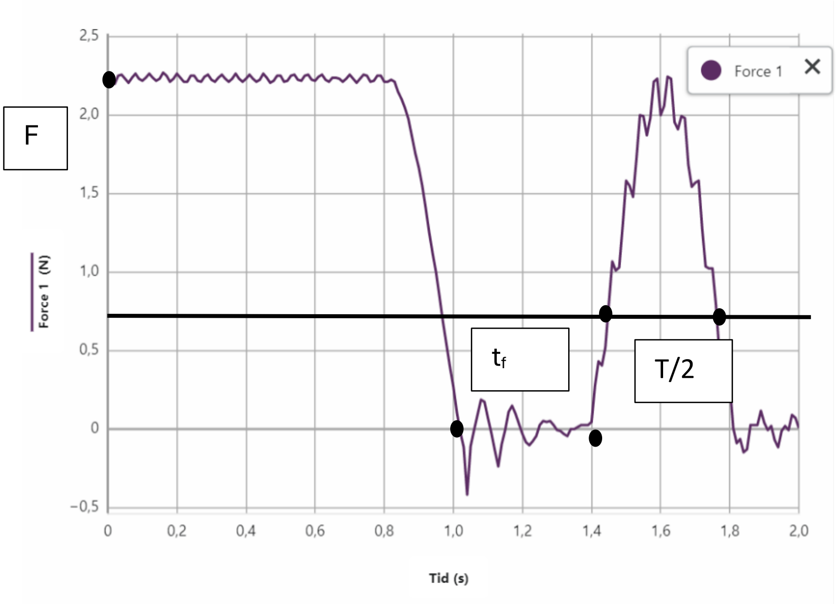
   $E_K = E_P$ ger $v = \sqrt{0{,}52625 \cdot 49/29} = 0{,}94\ \mathrm{m/s}$

   Svar: Nedre kulans största hastighet blir 0,94 m/s i jämviktsläget, då vinkeln är noll.

4. Plaströret tränger undan vatten med volymen V_v, densitet ρ_v, höjden h_v och fotogen med volymen V_f, densitet ρ_f, höjden h_f. Rörets tvärsnittsarea är konstant, A. Tyngden av den undanträngda vätskan är samma som tyngden av plaströret:
$mg = \rho_\mathrm{v} g V_\mathrm{v} + \rho_\mathrm{f} g V_\mathrm{f} = \rho_\mathrm{v} g A h_\mathrm{v} + \rho_\mathrm{f} g A h_\mathrm{f}$, vilket ger $h_\mathrm{v} = \frac{m}{A\rho_v} - \frac{h_\mathrm{f}\rho_\mathrm{f}}{\rho_\mathrm{v}}$
Tillsammans med höjden av fotogenet, $h_\mathrm{f} = 0{,}5\ \mathrm{m}$ ger detta:
$h_\mathrm{v} = \frac{1{,}7}{\pi 0{,}025^2 \cdot 1000} - 0{,}5\frac{810}{1000}\mathrm{m} = 0{,}8658 - 0{,}405\ \mathrm{m} = 0{,}46\ \mathrm{m}.$

Svar: Röret sticker alltså upp 1,2-0,46-0,5 = 0,24 m.

5.



a) Vi har tre olika längder: y_1 från jämviktsläget till nedersta läget, y_2 från jämviktsläget till osträckt fjäder och y_3 från osträckt fjäder till högsta läget. Linjen i figuren ovan är jämviktsläget då $F = mg$.
Läs av en halv periodtid (T/2=0,31s), vilket ger fjäderkonstanten enligt$\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}} = \frac{2\pi}{T}$.
$k = \frac{(2\pi)^2}{0{,}62^2} 0{,}07\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 7{,}2\ \mathrm{N/m}.$
b) Hookes lag i det nedersta läget $F = k(y_1 + y_2)$ ger $y_1 + y_2 = \frac{2{,}2}{7{,}2}\mathrm{m} = 0{,}306\ \mathrm{m}$.
Flygtiden $t_\mathrm{f} = 0{,}4$ s ger ”flyghöjden” $y_3 = \frac{g(t_\mathrm{f}/2)^2}{2} = 0{,}196\ \mathrm{m}.$

Svar: Den totala höjden från det nedersta läget är alltså 0,306 + 0,196 m = 0,50 m.

6. Newtons andra lag för elektronen: $mx'' = eE_0\cos(\omega t)$.
   Två primitiva funktioner med begynnelsevillkoren ger
   $x'(t) = v(t) = \frac{eE_0}{m\omega}\sin(\omega t) + C$ där $x'(0) = 0$ ger $C = 0$.
   $x(t) = -\frac{eE_0}{m\omega^2}\cos(\omega t) + D$ där $x(0) = 0$ ger $D = \frac{eE_0}{m\omega^2}$.

   a) Antag att elektronen kommer tillbaka och lös $x(t) = 0$ med $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ ger $t = \frac{n2\pi}{\omega} = \frac{800\cdot 10^{-9}\cdot n}{3\cdot 10^{8}}\,\mathrm{s} = n\cdot 267\cdot 10^{-17}\,\mathrm{s} = n\cdot 2{,}67$ fs (n heltal). Elektronen kommer alltså tillbaka till ursprungsläget. Observera att elektronen ”nätt och jämnt” kommer tillbaka, d.v.s. elektronen vänder vid atomen.

   b) Störst hastighet (fart) då $\omega t = \frac{\pi}{2} + n\pi$ vilket ger rörelseenergin
   $E = \frac{m\left(\frac{eE_0}{m\omega}\right)^2}{2} = \frac{e^2E_0^2}{2m\omega^2} = \frac{e^2E_0^2}{2mc^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2} = \frac{\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 8{,}2\cdot 10^{10}\right)^2\cdot\left(800\cdot 10^{-9}\right)^2}{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot(2{,}998\cdot 10^{8})^2\cdot(2\pi)^2}\ \mathrm{J} = 1{,}71\cdot 10^{-17}\ \mathrm{J} = 0{,}11\ \mathrm{keV}$.
   Läget för den största rörelseenergin är vid
   $x = \frac{eE_0}{m\omega^2} = \frac{eE_0}{mc^2(2\pi/\lambda)^2} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 8{,}2\cdot 10^{10}\cdot\left(800\cdot 10^{-9}\right)^2}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot(2{,}998\cdot 10^{8})^2\cdot(2\pi)^2}\,\mathrm{m} = 2{,}6\cdot 10^{-9}\mathrm{m} = 2{,}6\ \mathrm{nm}$.

   Svar:
   a) Den tid det tar för elektronen att komma tillbaka är 2,7 fs.
   (Notera också att om $\phi = \pi$ så kommer elektronen att röra sig på samma sätt men på andra sidan om atomen).
   b) Elektronen har sin största hastighet med rörelseenergin 0,11 keV på avståndet 2,6 nm från atomen.