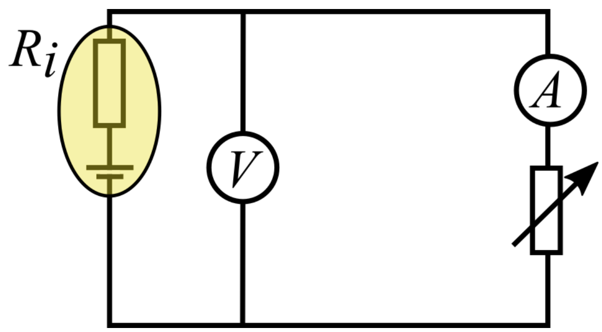
Lösningsförslag

Tryck ned skruv och kopparbleck i citronen. Ju större yta som exponeras mot elektrolyten, desto större elektromotorisk spänning. Ju större avståndet mellan skruv och bleck, desto större inre resistans. Koppla upp enligt schema i figur 1 och inled försiktigtvis med stor resistans. Minska resistansen i lagom steg till dess strömmen ökat till omkring 20 mA. I elektriska sammanhang brukar något som kopplas in kallas för last. Det kan vara en lampa, fläkt, frys etc. En sådan sägs “lasta ner” kretsen och det innebär att något med liten resistans utgör en stor last, eftersom strömmen då blir stor. Spänning U och ström I redovisas i tabell 1 tillsammans med den beräknade effekten. Nedan uppmätta värden, när avståndet mellan skruv och bleck var cirka 5 cm.



Figur 1: Kopplingsschema.

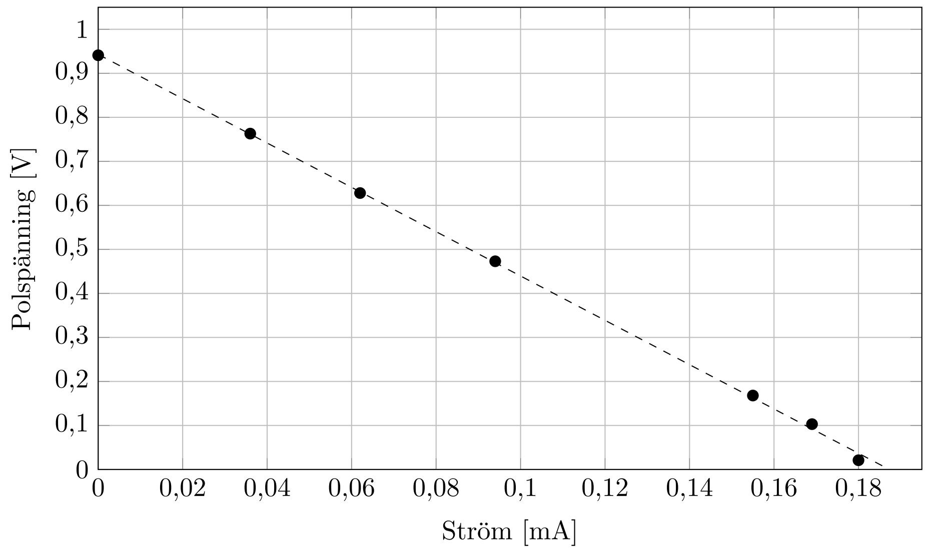
Ström I_{citron} [mA]	Spänning U_{citron} [V]	Last [kΩ]	$P = U_{\text{citron}} I_{\text{citron}}$
0	0,941		
0,036	0,763	20	0,027
0,062	0,628	10	0,039
0,094	0,473	5	0,044
0,155	0,168	1	0,026
0,169	0,103	0,5	0,017
0,18	0,021	0,1	0,004

Tabell 1: Ström, spänning och effekt som funktion av last.

Plotta sedan U som funktion av I givet den teoretiska modellen:

$$E - IR_i = U.$$

En sådan plott visas i figur 2. Då kan den inre resistansen R_i bestämmas ur riktningskoefficienten. Den blir cirka 5 kΩ. Den elektromotoriska spänningen fås antingen ur tabellen eller med skärningen med den vertikala axeln. Där är $I = 0$ och därmed $E = U = 0{,}94$ V.



Figur 2: Plott av mätdata.

Värdena är inte stabila vid varje avläsning, varför högst 2 siffrors noggrannhet är motiverad. När strömmen $I = 0$ är effekten $P = 0$. När batteriet kortsluts är $U = 0$ och därmed $P = 0$. Således finns ett läge där P är maximal. I tabellen syns att störst effekt förs över när lasten och inre resistansen är lika.

Teori (för finsmakaren): Den utvecklade effekten i lasten R är

$$P = I^2 R = \left(\frac{U}{R + R_i}\right)^2 R = \frac{U^2}{R + 2R_i + \frac{R_i^2}{R}}$$

Maximal effekt fås genom att derivera och sätta derivatan lika med noll. Trist att derivera kvoter, och här enklare derivera nämnaren och söka minimum.

$$\frac{d}{dR}\left(R + 2R_i + \frac{R_i^2}{R}\right) = 1 - \frac{R_i^2}{R^2},$$

som blir noll för $R = R_i$.

Andra exempel: Elastisk kollision, där maximal energi förs över om massorna lika. Ljus transmitteras bäst mellan två medier om deras brytningsindex är lika. Radiosignaler överförs bäst om mottagaren har samma impedans som sändaren.